



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman 2014-2020

Axa prioritară 6: *Educație și competențe*

Prioritatea de investiții 10.i: *Reducerea și prevenirea abandonului școlar timpuriu și promovarea accesului egal la învățământul preșcolar, primar și secundar de calitate, inclusiv la parcursuri de învățare formale, nonformale și informale pentru reintegrarea în educație și formare*

Obiectivul specific 6.4: *Creșterea numărului de tineri care au abandonat școala și de adulți care nu și-au finalizat educația obligatorie care se reîntorc în sistemul de educație și formare, inclusiv prin programe de tip a doua șansă și programe de formare profesională*

Obiectivul specific 6.6: *Îmbunătățirea competențelor personalului didactic din învățământul preuniversitar în vederea promovării unor servicii educaționale de calitate orientate pe nevoile elevilor și a unei școli inclusive*

Titlu proiect: *“Acces la programe de educație și formare profesională pentru tinerii și adulții din județul Dolj care au părăsit timpuriu școala (I)”*

Cod SMIS 2014+: 135711

MATERIALE DE EVALUARE MATEMATICĂ

Modulul M1

Program „A doua șansă” pentru învățământ secundar inferior *versiune finală*

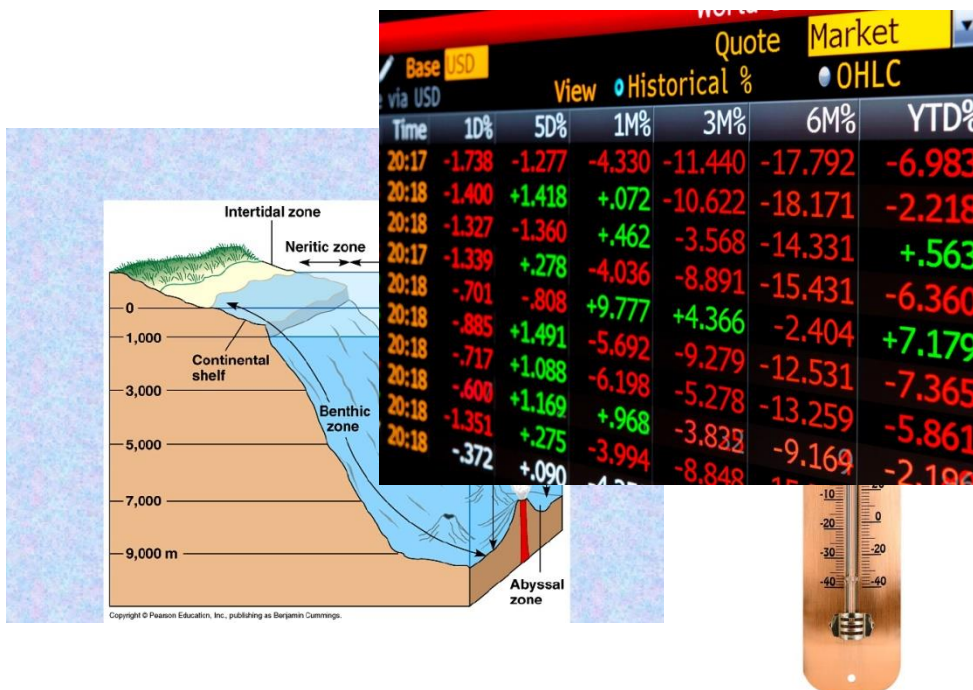
A.3.1 Organizarea, monitorizarea și evaluarea programului „A doua șansă” și a stagiilor de pregătire practică de 720 de ore

POPESCU LUMINIȚA VIORICA CRISTINA
Expert curriculum (Matematică)

Octombrie 2022

Conținutul acestui material nu reprezintă în mod obligatoriu poziția oficială a Uniunii Europene sau a Guvernului României

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI



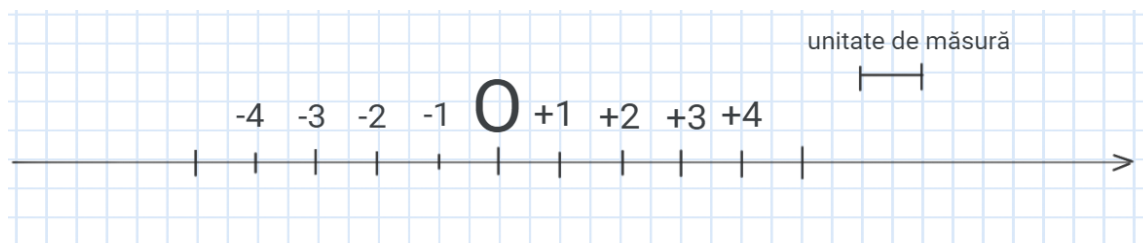
La finalul unității de învățare, elevul va fi capabil:

- ✎ să scrie și să citească numere întregi;
- ✎ să compare și să ordoneze numere întregi;
- ✎ să reprezinte pe axă numere întregi;
- ✎ să efectueze calcule cu numere întregi;
- ✎ să rezolve probleme cu numere întregi.

Scrierea, citirea și reprezentarea pe axă a numerelor întregi negative

Să ne amintim!

Numerele naturale pot fi reprezentate pe o axă, numită **axa numerelor**. Aceasta este o dreaptă pe care se fixează un punct numit origine (unde va fi numărul 0), o direcție înspre care numerele cresc (de obicei, spre dreapta) și o unitate de măsură. Pe o astfel de axă, numerele sunt reprezentate prin puncte.



Începând de la punctul O, spre dreapta, măsurăm una, două, trei unități. În dreptul punctelor obținute scriem +1, +2, +3, etc (numerele naturale). Toate punctele pe care le putem obține în acest mod se numesc **numere întregi pozitive**.

Începând de la punctul O, spre stânga, măsurăm una, două, trei, patru unități. În dreptul punctelor scriem -1, -2, -3, -4. Numerele -1, -2, -3 și toate celelalte obținute măsurând unități spre stânga se numesc **numere întregi negative**. Ele se citesc „minus unu, minus doi, minus trei,” etc.

Numerele întregi pozitive, numerele întregi negative și numărul 0 formează mulțimea numerelor întregi, care se notează cu simbolul \mathbb{Z} .

Putem scrie



$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots \} \text{ sau } \mathbb{Z} = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \}.$$

Opusul unui număr întreg

Două numere întregi diferite de 0 (nenule) se numesc **opuse**, dacă le corespund pe axă două puncte care sunt la distanțe egale față de O.



Prin convenție opusul lui 0 este 0.

Exemple:



-  Opusul lui 1 este numărul -1 .
-  Opusul lui -3 este numărul 3.

Compararea și ordonarea a numerelor întregi

Dintre două numere întregi reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel reprezentat în dreapta celuiilalt.

-  ✓ Orice număr întreg negativ este mai mic decât orice număr natural.
-  ✓ Dintre două numere întregi negative este mai mare cel care are opusul mai mic.

Exemple:

-  Numărul -2 este mai mic decât numărul 1 și vom scrie $-2 < 1$.
-  Numărul -1 este mai mare decât numărul -4 și vom scrie $-1 > -4$.

Să exersăm!

1. Stabiliți valoare de adevăr a următoarelor afirmații:

- | | | |
|--|---|---|
| a) -75 este un număr întreg negativ . | A | F |
| b) 34 este un număr întreg negativ . | A | F |
| c) 100 este cel mai mic număr întreg de trei cifre . | A | F |
| d) -75 este un număr întreg negativ . | A | F |
| e) 423 este un număr întreg. | A | F |
| f) -2022 nu este număr întreg. | A | F |

Transformă propozițiile false în propoziții adevărate.

2. Subliniază cu verde numerele întregi negative și cu albastru numerele întregi pozitive din următorul șir:

-232; 462; 0; 27; -18; -463; 2029; -1; -99.

3. Realizează corespondența dintre numerele întregi din coloana A cu opusele lor din coloana B.

A	B
<input type="radio"/> 2	<input type="checkbox"/> -4
<input type="radio"/> -3	<input type="checkbox"/> -2
<input type="radio"/> 7	<input type="checkbox"/> 5
<input type="radio"/> 4	<input type="checkbox"/> 0
<input type="radio"/> 0	<input type="checkbox"/> -7
	<input type="checkbox"/> 3

4. Completează enunțurile pentru a obține propoziții adevărate:

- a) Cel mai mare număr întreg de două cifre este _____
b) Cel mai mare număr întreg negativ de trei cifre este _____
c) Cel mai mare număr întreg mai mic decât -7 este _____
d) Cel mai mare număr întreg mai mare decât -11 este _____

5. Scrie toate numerele întregi cuprinse între

- a) -3 și 4 _____
b) -13 și -6 _____
c) 3 și 14 _____
d) -1 și 7 _____

6. Compară numerele următoare punând semnele $>$ sau $<$ corespunzător:

- a) -1295 - 992
b) -503 305
c) 72598 - 725098
d) -505050 505505
e) -51566671 51566671

7. Ordonează crescător următoarele șiruri de numere întregi:

- a) -3; 14; 7; -2; 0; 1; -44 → _____



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020

- b) $44; 11; -5; 8; -3; 1; -4 \rightarrow$ _____
- c) $-1; -14; 2; 3; 5; 1; -24 \rightarrow$ _____
8. Ordonează descrescător următoarele șiruri de numere întregi:
- d) $-23; 104; 70; -26; 0; 41; -434 \rightarrow$ _____
- e) $404; 121; -75; 885; -93; 13; -34 \rightarrow$ _____
- f) $-133; -104; 223; 137; 25; 311; -204 \rightarrow$ _____
9. Temperaturile măsurate în interval de o săptămână, în localitate, sunt prezentate în tabelul următor:

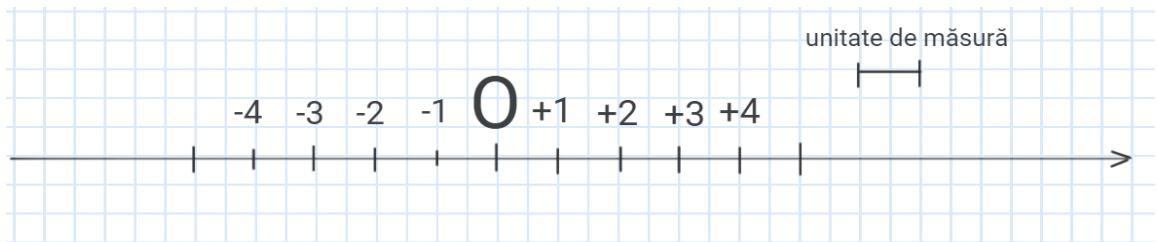
Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura	-3°C	7°C	4°C	-11°C	2°C	6°C	11°C

Pe baza informațiilor din tabel completați enunțurile:




- a) Cea mai friguroasă zi a săptămânii a fost _____
- b) Cea mai călduroasă zi a săptămânii a fost _____

Modulul unui număr întreg

Valoarea absolută sau modulul unui număr întreg a este distanța de la origine la punctul ce îi corespunde numărului a pe axa numerelor. Se notează $|a|$.



Exemple:

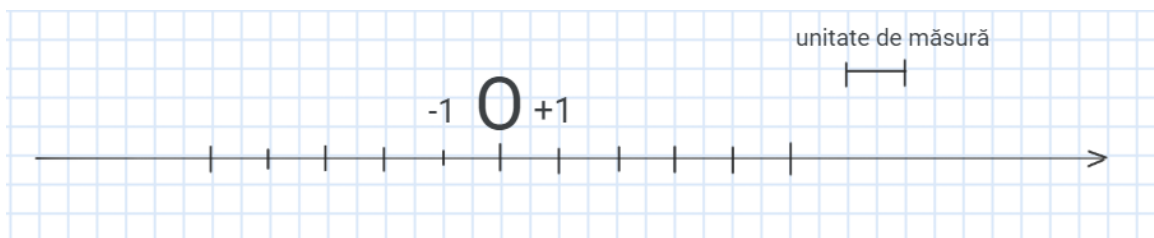
-  Modulul lui +2 este 2 și scriem $|+2| = |2| = 2$.
-  Modulul lui -3 este 3 și scriem $|-3| = 3$.
-  Modulul lui -1 este 1 și scriem $|-1| = 1$.



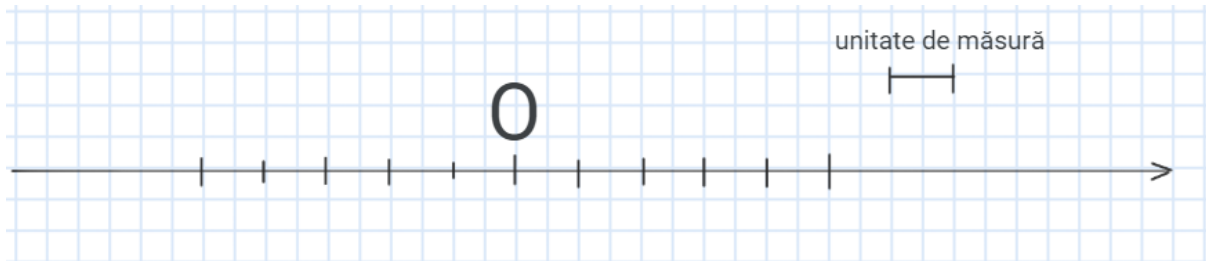
- ✓ Modulul unui număr întreg pozitiv n este egal cu numărul însuși.
 $|n| = n$.
- ✓ Modulul unui număr întreg negativ $-n$ este egal cu opusul numărului.
 $|-n| = -(-n) = n$.
- ✓ $|0| = 0$.
- ✓ Modulul unui număr întreg este un număr pozitiv.

Să exersăm!

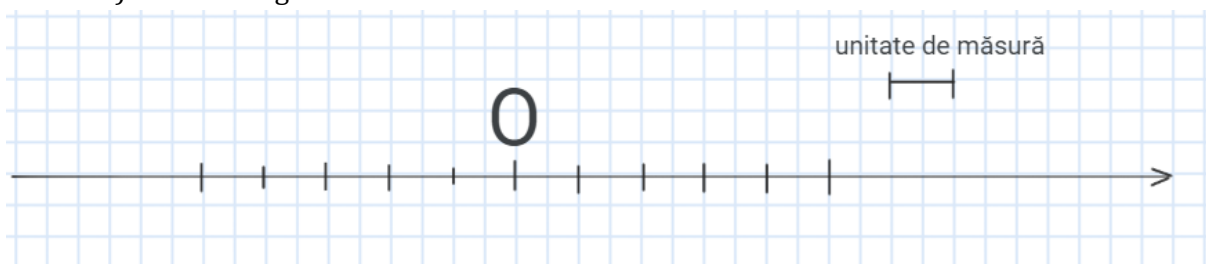
1. Reprezintă pe axa numerelor punctele care au:
 - a) Modulul egal cu 3.



- b) Modulul egal cu 5.



c) Modulul egal cu 0.



2. Calculați:

a) $|2| + |3| + |-5| =$ _____

b) $|-6| + |-2| + |8| =$ _____

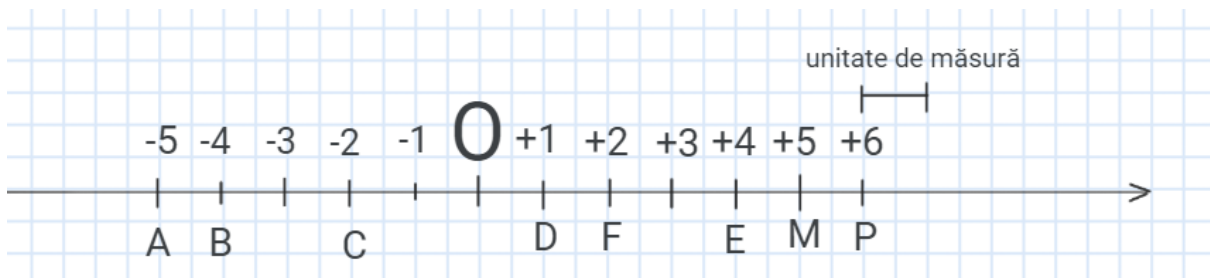
c) $|27| + |-27| =$ _____

d) $|-15| - |12| =$ _____

e) $|127 - 31| - |-55| =$ _____

f) $13 - |-7| + 22 =$ _____

3. Completați enunțurile pentru a obține enunțuri adevărate:



a) Punctele care au modulul egal cu 4 sunt _____.

b) Punctele care au modulul egal cu 2 sunt _____.

c) Punctele care au modulul egal cu 5 sunt _____.

d) Punctul care are modulul nul este _____.



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020

Operații cu numere întregi

Adunarea numerelor întregi

În primul semestru al anului 2022 *veniturile* (reprezentate prin numere pozitive) și *cheltuielile* (reprezentate prin numere negative) sunt reprezentate în tabelul de mai jos. Cantitățile sunt exprimate în mii de lei.

Profitul se calculează ca sumă dintre venituri și cheltuieli.

	ianuarie	februarie	martie	aprilie	mai	iunie
venituri	270	149	0	410	250	473
cheltuieli	147	250	55	420	250	0
profit	$270 + (-147) = 123$	$149 + (-250) = -101$	$0 + (-55) = -55$	$410 + (-420) = -10$	$250 + (-250) = 0$	$473 + 0 = 473$

Mai mult profitul cumulat în lunile martie și aprilie este $-65 = -55 + (-10)$.



A. Suma a două numere întregi care au același semn este numărul întreg care are:

- modulul egal cu suma modulelor termenilor;
- același semn cu cele două numere.

$$\text{✎ } (+a) + (+b) = +(a + b)$$

$$\text{✎ } (-a) + (-b) = -(a + b)$$

Exemple:

$$\text{✎ } (+14) + (+22) = +(14 + 22) = +36 = 36$$

$$\text{✎ } (-16) + (-25) = -(16 + 25) = -41$$



B. Suma a două numere întregi care au semne diferite este numărul întreg care are:

• **modulul egal cu diferența dintre modulul mai mare și modulul mai mic al celor doi termeni;**

- același semn cu numărul care are modulul mai mare.

$$\text{✎ } \text{Dacă } |a| > |b| \text{ atunci } (+a) + (-b) = +(|a| - |b|)$$

$$\text{✎ } \text{Dacă } |a| < |b| \text{ atunci } (+a) + (-b) = -(|b| - |a|)$$

$$\text{✎ } \text{Dacă } |a| = |b| \text{ atunci } (+a) + (-b) = 0$$

Exemple:

$(-14) + (+22) = +(|22| - |-14|) = +(22 - 14) = 8$

$(+16) + (-25) = -(|-25| - |+16|) = -(25 - 16) = -9$

Proprietățile adunării

✓ **Comutativitatea:** $a + b = b + a$ pentru orice numere întregi a și b .

✓ **Asociativitatea:** $(a + b) + c = a + (b + c)$ pentru orice numere întregi a, b și c .

✓ **0 este element neutru:** $a + 0 = 0 + a = a$ pentru orice număr întreg a .

✓ Dacă $a = b$, atunci $a + c = b + c$.

✓ Dacă $a = b$ și $c = d$ atunci $a + c = b + d$.

Exemple:

$126 + (-294) + (+133) = (126 + 133) + (-294) = 259 + (-294) = -(294 - 259) = -35$

$1057 + (-485) + (-285) = 1057 - (485 + 285) = 1057 - 770 = 287$

Să exersăm!

1. Calculați:

a) $(+37) + (+25) =$ _____

b) $(-7) + (-3) =$ _____

c) $(-11) + (-9) =$ _____

d) $(+21) + (+59) =$ _____

e) $(-21) + (-134) =$ _____

f) $(-47) + (+12) =$ _____

g) $(-31) + (+11) =$ _____

- h) $(+14) + (-21) =$ _____
- i) $(-18) + (+27) =$ _____
- j) $(-37) + (+43) =$ _____
- k) $(+13) + (-37) =$ _____
- l) $(+18) + (-43) =$ _____
- m) $(-375) + (+124) =$ _____
- n) $(-137) + (+372) =$ _____
- o) $(-402) + (-135) =$ _____
- p) $(+324) + (-423) =$ _____
- q) $(+767) + (-868) =$ _____

2. Calculați numerele a și b apoi completați cu unul dintre semnele $>$, $<$ sau $=$, pentru a obține afirmații adevărate:

a) $a = (-7) + (-14)$; $b = (+7) + (-14)$; a b

$a =$ _____

$b =$ _____

b) $a = (+17) + (-13)$; $b = (-13) + (-17)$; a b

$a =$ _____

$b =$ _____

c) $a = (+374) + (-231)$; $b = (+38) + (+92)$; a b

$a =$ _____

$b =$ _____

d) $a = (-159) + (+131)$; $b = (-37) + (+11)$; a b

$a =$ _____

$b =$ _____

3. O firmă a calculat în primele șase luni ale anului balanța de venituri și cheltuieli și a înregistrat următoarele valori:

luna	ianuarie	februarie	martie	aprilie	mai	iunie
profit	273	-157	123	-43	139	-25

a) Care este profitul realizat de firmă în primul trimestru al anului?

b) Care este profitul realizat de firmă în al doilea trimestru al anului?

c) Care este profitul înregistrat de firmă în primele 6 luni ale anului?

4. Extrasul de cont al lui Ionel în luna august este următorul:

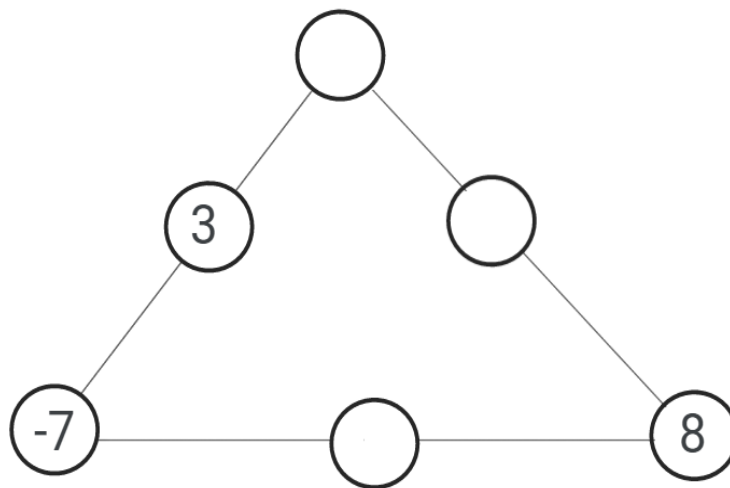
ION IONEL		Cod BIC	RXXXXROBU
<u>Adresa</u>		Unitate bancară:	BANK S.A.
Craiova, DOLJ			Agenția Craiova
		Cod IBAN:	RO11 RXXXX 0000 0000 1111 2222
		Tip cont:	curent
		Valută:	LEI
Sold initial 1.07		2732	
Data	Descrierea tranzacției		
13.07	salariu	+3437	
18.07	mancare		-1432
20.07	utilități		-724
22.07	rată masină		-455



28.07	alte cheltuieli		-479
-------	-----------------	--	------

Care este soldul contului lui Ionel (câți bani are în cont Ionel) la 31 iulie?


5. Completează triunghiul următor cu numere întregi astfel încât suma numerelor pe fiecare latură să fie -12 .





Scăderea numerelor întregi

Dacă a și b sunt numere întregi, diferența dintre a și b se notează $a - b$ și este acel număr întreg egal cu $a + (-b)$.


Exemple:

 $(+13) - (+33) = 13 + (-33) = -(33 - 13) = -20$

 $12 - 44 = 12 + (-44) = -(44 - 12) = -32$

 $-56 - 68 = -56 + (-68) = -(56 + 68) = -124$

Dacă a și b sunt două numere întregi pozitive atunci:


 ✓ $a - b = a + (-b)$


✓ $a - (-b) = a + b$

✓ $-a - b = -(a + b)$

✓ $-a - (-b) = -a + b = b - a$

Exemple:

 $12 - (-32) = 12 + 32 = 44$

 $-36 - (-77) = -36 + 77 = +(77 - 36) = 41$

Să exersăm!

1. Calculați:

a) $(+3) - (+7) =$ _____

b) $(-4) - (-2) =$ _____

c) $(-47) - (-43) =$ _____

d) $(-32) - (+39) =$ _____

e) $(+27) - (+31) =$ _____

f) $(+123) - (-39) =$ _____

g) $(-57) - (-53) =$ _____

h) $(+123) - (-68) =$ _____

i) $(+301) - (+394) =$ _____

j) $(-100) - (+257) =$ _____

2. Calculați după model:

$$47 - 139 = 47 + (-139) = -(139 - 47) = -92$$

a) $47 - 1372 =$ _____

b) $1039 - 4312 =$ _____

c) $453 - 729 =$ _____

d) $4732 - 1743 =$ _____

e) $1235 - 473 =$ _____

f) $123 - 793 =$ _____

g) $-1000 - 375 =$ _____

h) $789 - 2000 =$ _____

3. Completați următorul tabel:

a	b	$-a$	$ b $	$a - b$	$b - a$	$a + b$	$ b - a$
-27	-7						
47	-3						
-11	-14						
27	21						
-2011	3701						
	-55	33					
25					-121		
	-23					44	
	37			-15			



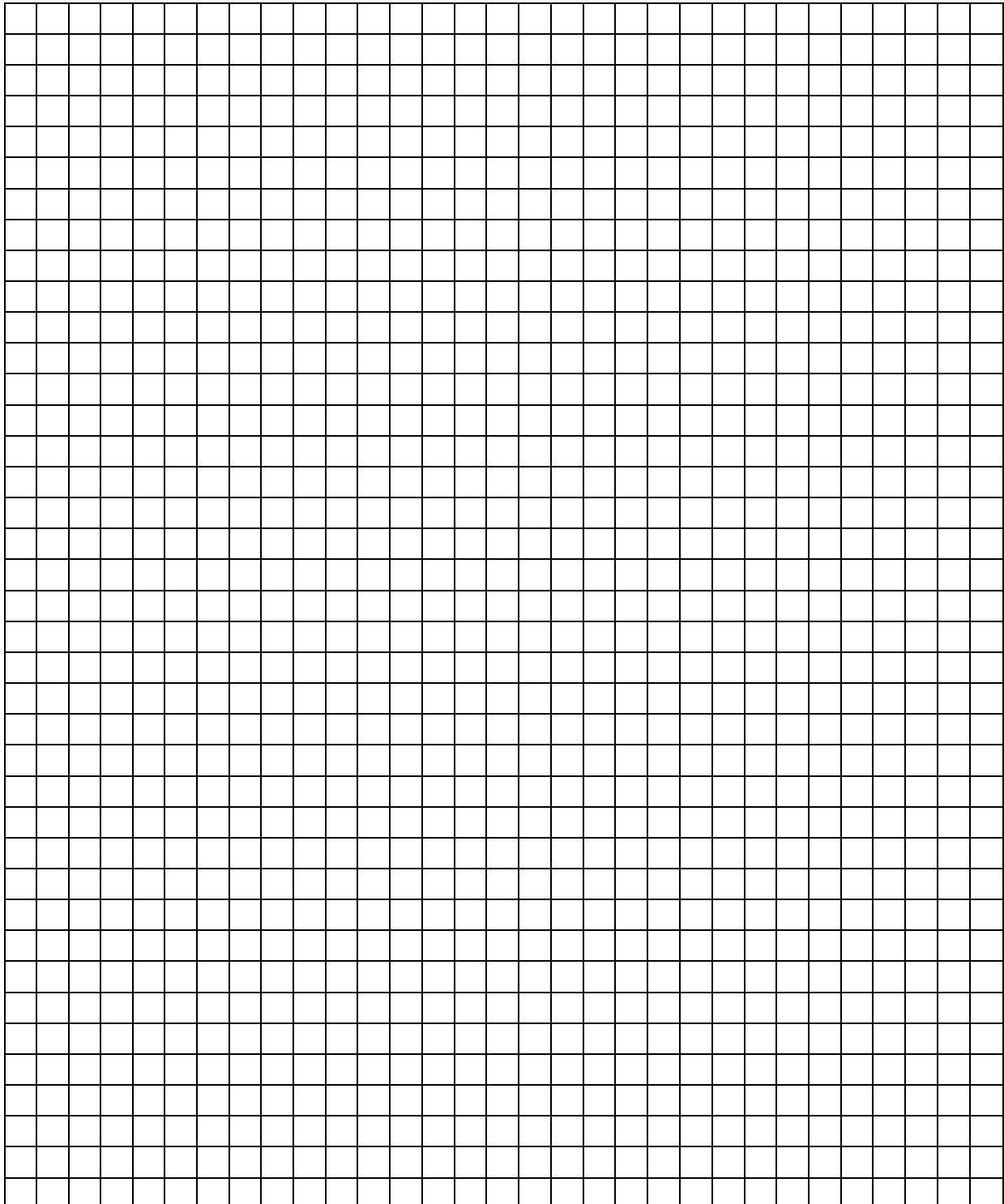
UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020

-120				56		
------	--	--	--	----	--	--

Calcululele le poti face aici.



Înmulțirea numerelor întregi

Produsul a două numere întregi nenule este numărul întreg care are:

- modulul egal cu produsul modulelor factorilor;
- semnul „+”, dacă factorii au același semn, și semnul „-”, dacă factorii au semne diferite.



✓ Dacă două numere întregi au același semn atunci produsul este pozitiv:

$$\text{✎ } (+) \cdot (+) = (+)$$

$$\text{✎ } (-) \cdot (-) = (+)$$

✓ Dacă două numere întregi au semne diferite atunci produsul este negativ:

$$\text{✎ } (+) \cdot (-) = (-)$$

$$\text{✎ } (-) \cdot (+) = (-)$$

✓ Dacă unul din factori este 0 atunci produsul este 0.

Exemple:

$$\text{✎ } (-23) \cdot (-2) = +23 \cdot 2 = 46$$

$$\text{✎ } (-13) \cdot (+3) = -13 \cdot 3 = -39$$

$$\text{✎ } (+21) \cdot (-2) = -21 \cdot 2 = -42$$

Proprietățile înmulțirii

✓ **Comutativitatea:** $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice numere întregi a și b .

✓ **Asociativitatea:** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, pentru orice numere întregi a, b, c .

✓ **1 este element neutru:** $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice număr întreg a .

✓ **Distributivitatea înmulțirii față de adunare și față de scădere:**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c;$$

pentru orice numere întregi a, b, c .

✓ $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$, pentru orice număr întreg a .

Exemple:

$\pencil (-5) \cdot (-23) \cdot (-2) = ((-5) \cdot (-2)) \cdot (-23) = 10 \cdot (-23) = -230$

$\pencil (-5) \cdot (-23) + (-5) \cdot (-2) = (-5) \cdot (-23 - 2) = (-5) \cdot (-25) = 125$

Să exersăm!

1. Calculați:

a) $(+3) \cdot (-7) =$ _____

b) $(+4) \cdot (-12) =$ _____

c) $(-5) \cdot (-17) =$ _____

d) $(-11) \cdot (+14) =$ _____

e) $(-13) \cdot (-21) =$ _____

f) $(+43) \cdot (-12) =$ _____

g) $(-35) \cdot (-8) =$ _____

h) $(-49) \cdot (-7) =$ _____

i) $(+41) \cdot (-89) =$ _____

2. Încercuți rezultatul corect:

a) $(-7) \cdot (-13) =$ 91 - 91

b) $(+34) \cdot (-11) =$ 374 - 374

c) $(-37) \cdot (-23) =$ 851 - 851

d) $(-3) \cdot (+3) =$ 9 0

e) $(-6) \cdot 0 =$ -6 0

f) $(-21) \cdot (-4) =$ 84 - 84

g) $32 \cdot (-6) =$ -192 - 26

h) $(-23) \cdot (-11) =$ 253 - 34

i) $43 \cdot (-17) =$ 26 - 731

3. Completați tabelul următor:

a	b	$a \cdot b$	a^2	b^3	$a \cdot (-b)$	$2a \cdot b $
-----	-----	-------------	-------	-------	----------------	----------------



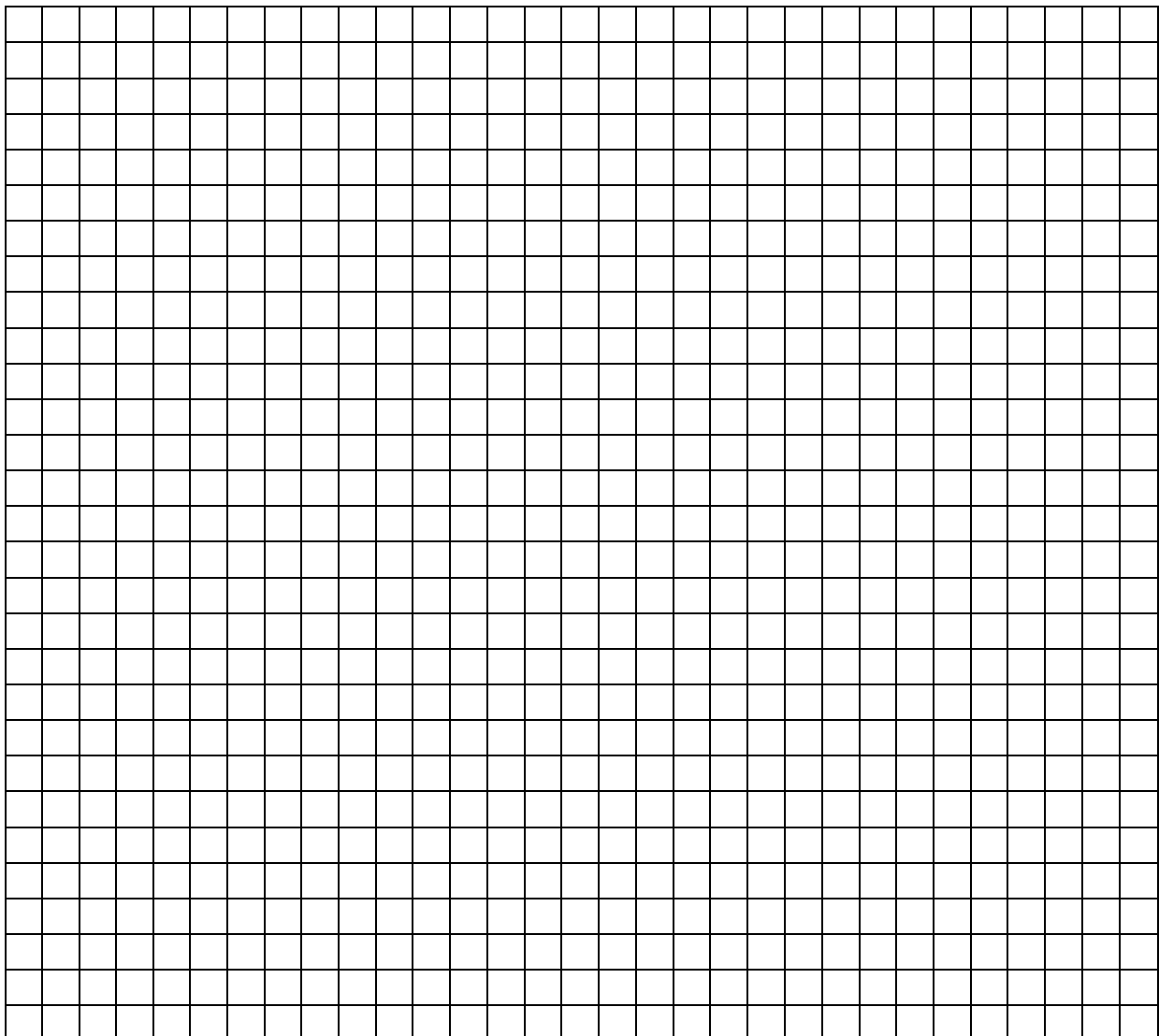
UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020

-27	-8					
-4	-3					
-11	4					
-13	-12					
-7	0					
14	-5					

Calcululele le poti face aici.



$b =$ _____

f) $a = (-11)^2$; $b = 11^2$ a b

$a =$ _____

$b =$ _____

g) $a = -25^2$; $b = 11^2$ a b

$a =$ _____

$b =$ _____

h) $a = -31^2$; $b = (-10)^2$ a b

$a =$ _____

$b =$ _____

Împărțirea numerelor întregi

(când modulul deîmpărțitului se împarte cu rest 0 la modulul împărțitorului)


Câtul a două numere întregi nenule este numărul care are:


- modulul egal cu câtul modulelor;
- semnul „+”, dacă numerele au același semn, și semnul „-”, dacă au semne diferite.





- ✓ Dacă două numere întregi au același semn atunci câtul lor este pozitiv:
- ✓ Dacă două numere întregi au semne diferite atunci câtul lor este negativ:
- ✓ Dacă deîmpărțitul este 0, atunci câtul este 0.

Exemple:

 $(-28):(-2) = +(28 : 2) = 14$

 $(-39):(+3) = -(39 : 3) = -13$

 $(+21):(-7) = -(21 : 7) = -3$

 $0:(-5) = 0$

Să exersăm!



1. Calculați:

- a) $(-20) : 5 =$ _____

- b) $(+48) \cdot (-6) =$ _____

- c) $(-169) : 13 =$ _____

- d) $(-72) : 8 =$ _____

- e) $(-221) : 13 =$ _____

- f) $(-75) : (-5) =$ _____

- g) $(-144) : (-36) =$ _____

- h) $(-2022) : (-2) =$ _____

- i) $1024 : (-8) =$ _____

2. Completați afirmațiile următoare pentru a obține propoziții adevărate:

- a) Jumătatea numărului -298 este _____.
- b) Sfertul numărului -6784 este _____.
- c) Treimea numărului $-413 + 159$ este _____.
- d) Jumătatea sfertului numărului -144 este _____.
- e) Treimea cincimii numărului -225 este _____.

3. Completați tabelul următor:

a	b	$a : b$	$a : (-b)$	$ a : b$	$2a : (3b)$
-441	7				
576	-8				
-1932	-21				
	37	12			
729		-27			
	-5		36		
-324				36	

4. Calculați numerele a și b apoi completați cu unul dintre semnele $>$, $<$ sau $=$, pentru a obține afirmații adevărate:

Ordinea efectuării operațiilor

Să ne amintim!

Operațiile studiate se grupează astfel:

- Operații de **ordinul întâi**: adunarea și scăderea.
- Operații de **ordinul doi**: înmulțirea și împărțirea.



✓ Dacă într-un exercițiu sunt operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta.

✓ Dacă într-un exercițiu sunt operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul doi (dacă există), apoi operațiile de ordinul întâi (dacă există), respectând de fiecare dată ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta.

Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi este aceeași ca în cazul operațiilor cu numere naturale.

Exemple:

$$\text{pencil} \quad -11 - 7 \cdot (-2) = -11 - (-14) = -11 + 14 = 3$$

$$\text{pencil} \quad (-3)^2 + 4 + 2 \cdot (-3) = 9 + 4 + (-6) = 13 + (-6) = 7$$

$$\text{pencil} \quad -344 : (-4) : (-2) = 86 : (-2) = -43$$

$$\text{pencil} \quad -344 : [(-4) : (-2)] = -344 : 2 = -172$$

Să exersăm !

1. Calculați respectând ordinea operațiilor:

a) $-2 + 6 \cdot (-3) =$ _____

b) $-7 - (-4) \cdot 8 =$ _____



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale
2014-2020